TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009 | TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ | MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ | SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Kontrol Sistemleri Ders Notu

Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009 | TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ | MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ | SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Ders içerik bilgisi

- **TRANFER FONKSİYONLARI**
- **SİSTEMLERİN MATEMATİKSEL MODELİ**
- **BASİT SİSTEM ELEMANLARI**
  1. *İç değişken kavramı*
  2. *Uç değişken kavramı*
- **MEKANİK SİSTEMLERİN MODELLENMESİ**
- **ELEKTRİKSEL SİSTEMLERİN MODELLENMESİ**

Dr. Hakan TERZİOĞLU

TRANSFER FONKSİYONLARI…

Genellikle doğrusal sistemlerin giriş-çıkış bağıntılarını karakterize etmek için transfer fonksiyonu kullanılır.

Bir doğrusal sistemin transfer fonksiyonu, tüm başlangıç koşullarının sıfır olduğu varsayılarak çıkış fonksiyonu Laplace dönüşümünün giriş fonksiyonu Laplace dönüşümüne oranı olarak tanımlanır.

$$Transfer\ fonksiyonu = \frac{Çıkış}{Giriş} = \frac{Çıkış\ fonksiyonunun\ laplas\ dönüşümü\ (başlangıç\ koşulları\ sıfır)}{Giriş\ fonksiyonunun\ laplas\ dönüşümü\ (başlangıç\ koşulları\ sıfır)}$$

Matematiksel modeli aşağıdaki diferansiyel denklemle tanımlanan doğrusal sistem ele alınacak olursa;

$$a_n\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1\frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m\frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1\frac{dx}{dt} + b_0 x \quad (n \geq m)$$

$$Çıkış\ fonksiyonu;\ y = y(t)$$

$$Giriş\ fonksiyonu;\ x = x(t)$$

Bu sistemin transfer fonksiyonunu elde etmek için, sıfır başlangıç koşulları altında diferansiyel denklemin her iki tarafının da Laplace dönüşümü alınır ve çıkış fonksiyonu giriş fonksiyonuna oranlanırsa transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$TF = G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

TRANSFER FONKSİYONLARI…

Burada n , $n \geq m$ olmak üzere, sistemin derecesidir.

Transfer fonksiyonunun özellikleri aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1. Transfer fonksiyonu sadece doğrusal, zamanla değişmeyen sistemler için tanımlanmıştır. Doğrusal olmayan sistemler için tanımlanmamıştır.
2. Bir sistemin giriş çıkış değişkenleri arasındaki transfer fonksiyonu darbe cevabının Laplace dönüşümü olarak tanımlanır. Transfer fonksiyonunun diğer bir tanımı, çıkış değişkeninin Laplace dönüşümünün, giriş değişkeninin Laplace dönüşümüne oranı şeklindedir.
3. Sistemin tüm başlangıç koşulları sıfıra eşittir.
4. Transfer fonksiyonu sistem giriş fonksiyonundan bağımsızdır.
5. Sürekli sistemlerde transfer fonksiyonu sadece s karmaşık değişkeninin bir fonksiyonudur. Gerçek bir değişkenin, zamanın ya da herhangi bağımsız bir değişkenin fonksiyonu değildir.
6. Transfer fonksiyonu sistemin çıkışını girişine oranlamak için gerekli birimleri içerir, fakat sistemin fiziksel yapısı ile ilgili hiçbir bilgi içermez. Bu nedenle, farklı fiziksel yapılara sahip olan farklı sistemler benzer transfer fonksiyonlarına sahip olabilir.
7. Transfer fonksiyonunda s karmaşık değişkeni yerine d/dt türev operatörü yazıldığında sistemin diferansiyel denklemi elde edilebilir.

TRANSFER FONKSİYONLARI…

8. Doğrusal bir sistemin **karakteristik denklemi**, transfer fonksiyonu payda polinomu sıfıra eşitlenerek elde edilen denklemdir. Üstteki transfer fonksiyonu ile verilen sistemin karakteristik denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Delta(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1}s + a_n = 0$$
$$\Delta(s) = (s+p_1)(s+p_2)\ldots(s+p_n) = 0$$

Doğrusal, tek girişli tek çıkışlı bir sistemin kararlılığı karakteristik denklem kökleriyle tamamen belirlenebilir. Karakteristik denklemin kökleri sistemin kutupları olarak adlandırılır. Transfer fonksiyonunun kutupları gerçel veya karmaşık eşlenik olabilir. Sistemin kutuplarının tümü negatif gerçel kısımlara sahip ise sistem kararlı olur. Sistemin kutuplarından bir tanesi dahi pozitif gerçel kısma sahip ise sistem kararsız olur.

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

TRANSFER FONKSİYONLARI…

9. Paydanın kökleri transfer fonksiyonunun kutupları , payın kökleri ise transfer fonksiyonunun sıfırları olarak adlandırılır. Yukarıda tanımlanan transfer fonksiyonunun pay ve paydasını çarpanlarına ayırırsak,

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots + b_{m-1}s + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1}s + a_n} = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)\ldots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\ldots(s+p_n)}$$

şeklinde yazabiliriz. Burada

z_i , $(i = 1,2,\ldots,m)$: transfer fonksiyonunun sıfırlarıdır

p_i , $(i = 1,2,\ldots,n)$: transfer fonksiyonunun kutuplarıdır

TRANSFER FONKSİYONLARI…

10. Transfer fonksiyonunu, kutupları ve sıfırları cinsinden gösterimi yerine zaman sabitleri cinsinden yazıldığında, sistemin transfer fonksiyonunun payına sistemin kalıcı durum kazancı K_s çarpım olarak gelir.

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_0 s^m+b_1 s^{m-1}+\ldots+b_{m-1}s+b_m}{s^n+a_1 s^{n-1}+\ldots+a_{n-1}s+a_n}=\frac{K(s+z_1)(s+z_2)\ldots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\ldots(s+p_n)}$$

$$G(s)=\frac{K_s(T_{z1}s+1)(T_{z2}s+1)\ldots(T_{zm}s+1)}{(T_{p1}s+1)(T_{p2}s+1)\ldots(T_{pn}s+1)}$$

Sistemin kalıcı durum kazancı K_s, transfer fonksiyonunu zaman sabitleri cinsinden yeniden düzenlemeden, Laplace dönüşümünün son değer teoremine göre aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$K_s=\lim_{t\to\infty}\left(\frac{y(t)}{u(t)}\right)=\lim_{t\to\infty} sG(s)$$

Dr. Hakan TERZİOĞLU

TRANSFER FONKSİYONLARININ YAPISINA GÖRE SİSTEMLER

Transfer fonksiyonlarının yapısına bağlı olarak dinamik davranış açısından sistemleri aşağıdaki gibi sınıflandırmak mümkündür:

1. Orantı elemanı tipinde
2. Kapasite elemanı tipinde
3. Zaman sabiti elemanı tipinde
4. Titreşim elemanı tipinde

Benzer transfer fonksiyonuna sahip farklı fiziksel sistemlerin dinamik davranışları benzerdir.

Karmaşık yapılı bir sistem ise yukarıda sözü edilen türlerin birleşimi bir transfer fonksiyonuna sahiptir.

Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Transfer fonksiyonunun paydası olan karakteristik denklemin çözümünden sistemin dinamik davranış parametreleri bulunur. Doğrusal sistemlerde karşılaşılan standart transfer fonksiyonları, karakteristik denklemin yapısına göre aşağıdaki gibi özetlenebilir.

1. Kazanç tipi transfer fonksiyonu: $G(s) = K$; temel parametresi K kazancıdır.
2. İntegral tipi transfer fonksiyonu: $G(s) = \frac{1}{T_i s}$; temel parametresi integral zaman sabiti (T_i)
3. Zaman sabiti tipi transfer fonksiyonu: $G(s) = \frac{1}{Ts+1}$; temel parametresi zaman sabiti (T)
4. Titreşim tipi transfer fonksiyonu: $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$ $(0 < \xi < 1)$; temel parametreleri doğal frekans ω_n (rad/s) ve sönüm oranı ξ (kisi diye okunur).

Karakteristik denklemin çözümünden elde edilen sistemin dinamik davranış parametreleri:

1. Birinci dereceden sistemler için zaman gecikmesi sabiti T'dir.
2. İkinci dereceden sistemler için doğal frekans ω_n (rad/s) ve sönüm oranı ξ 'dir.

Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

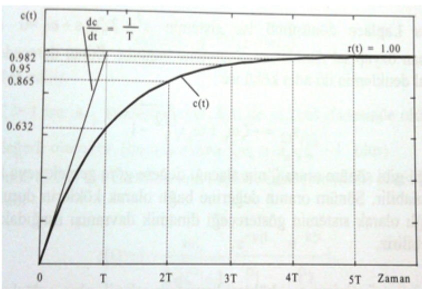
Zaman sabiti (T) veya birinci dereceden gecikmeli sistemler

Zaman sabiti elemanı diferansiyel denklemi birinci dereceden olan bir sistemi temsil eder.

Bu sabit birinci dereceden sistemlerin dinamik davranışıyla ilgili temel bir parametredir. Bir sistemin zaman sabiti (T) ne kadar küçükse cevabı da o kadar hızlıdır.

Yan tarafta birinci dereceden sistemin cevap eğrisi görülmektedir. Bu eğride çıkış [c(t)] değeri t = T'de nihai değerinin %63,2'sine ulaşmıştır. Zaman sabitinin 2 katı değerinde yani t = 2T'de %86,5'ne, t=3T, 4T ve 5T değerlerinde ise sırasıyla nihai değerin %95, %98,2 ve %99,3 değerine ulaşır.

Matematiksel olarak cevap eğrisi kalıcı durum haline sonsuz zaman aralığında ulaşır. Uygulamada ise nihai değerin %98'ine ulaşıldığında veya t=4T sonra yaklaşık olarak nihai değerine ulaşmış olur.



Birinci dereceden sistemin cevap eğrisi.

Dr. Hakan TERZİOĞLU

Titreşim tipi veya ikinci dereceden gecikmeli sistemler

Titreşimli (salınımlı) cevap, karakteristik denklemi ikinci dereceden olan sistemin özel halidir.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

ω_n : Doğal frekans (rad/s)

ξ : Sönüm oranı (birimsiz)

$$\xi = \frac{Gerçek\ sönüm\ katsayısı}{Kritik\ sönüm\ katsayısı}$$

Yukarıdaki ikinci dereceden sisteme birim basamak fonksiyonu $\left(R(s) = \frac{1}{s}\right)$ uygulandığında cevap ($C(s)$) fonksiyonu aşağıdaki gibi olur.

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s}$$

Bu ifadenin ters Laplace'ı alınarak zaman domenine geçilir.

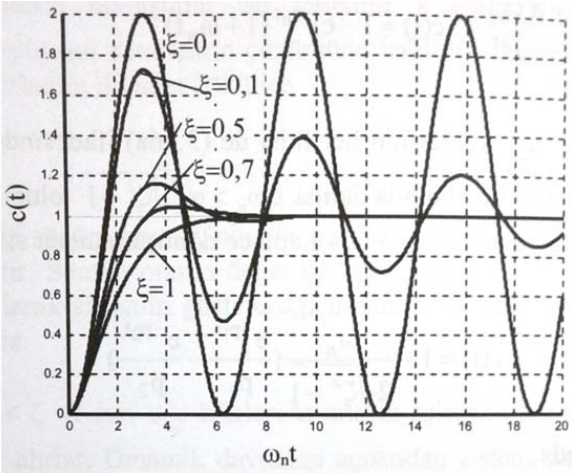
Ters Laplace dönüşümü sistemin $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$ şeklinde tanımlanan karakteristik denklemin çözümüne bağlıdır.

İkinci dereceden olan karakteristik denklemin kökleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

Sönüm oranı ξ 'nin değerine bağlı olarak köklerin durumu ve dolayısıyla sistemin göstereceği dinamik davranışlar aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

1. $\xi = 0 \implies s_{1,2}$ kökleri eşlenik sanal olup sanal eksen üzerinde yer alırlar ve değerleri $s_{1,2} = \pm j\omega_n$ 'dir. Sistem sönümsüz titreşimli dinamik davranış gösterir.
2. $0 < \xi < 1 \implies s_{1,2}$ kökleri karmaşık eşlenik olup s düzleminin sol tarafındadırlar. Sistem sönümlü titreşimli veya az sönümlü adını alır.
3. $\xi = 1 \implies s_{1,2}$ kökleri gerçek ve birbirine eşit olup $s_{1,2} = -\xi\omega_n$ 'dir. Sistem kritik sönümlüdür. Cevap eğrisi titreşimsizdir.
4. $\xi > 1 \implies s_{1,2}$ köklerinin her ikisi de negatiftir. Dinamik davranışı açısından sistem kritik titreşimsiz, aşırı sönümlüdür. Cevap hızı yavaştır.



İkinci dereceden sistemin basamak cevabı.

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

SİSTEMLERİN MATEMATİKSEL MODELİ

Modeller, gerçekliğin sadeleştirilmiş biçimleridir. Örneğin bir model uçak… Biçim ve renk olarak benzeyebilir ama boyut ve yapısal karmaşıklık olarak çok farklıdır.

Dinamik sistemin çözümlenmesinde ilk adım onun matematik modelini çıkartmaktır. Bu model oluşturulurken bazı uygun kabullenimler yapılır.

Sistemlerin matematik modeli diferansiyel denklemler yoluyla oluşturulur.

Daha sonra bu model kullanılarak sistemin giriş işaretine vereceği tepki, bu diferansiyel denklemin çözümünden elde edilir.

SİSTEMLERİN MATEMATİKSEL MODELİ…

Hızı saatte 100 km olan bir otobüsün 3 saat sonra nerede olacağını tahmin etmek için otobüse binip 3 saat gitmemiz gerekmez.

Newton 'un hareket yasasına göre alacağımız yolun matematiksel formülü:

$x = v \cdot t$

Otobüsün davranışını doğrusal ve zamanla değişmiyor kabul edersek (hız kesmiyor, mola vermiyor.. gibi) bu matematiksel modeli çözerek aracın 3 saat sonra yaklaşık olarak 300 km ileride bir yerde olduğu tahmininde bulunabiliriz.

SİSTEMLERİN MATEMATİKSEL MODELİ…

Dinamik sistemler nasıl modellenir ?

Dinamik sistemlerin modellenmesinden kasıt, sistemlerin *matematik modelinin* oluşturulmasıdır.

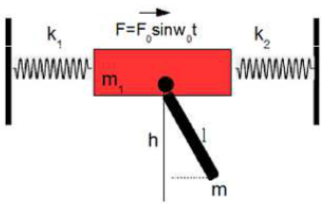
Dinamik bir sistemin matematik modeli, incelenen sistemin dinamik özelliklerini belirten matematiksel ifadeler bütünü olarak tanımlanabilir.

Sistemlerin sadece bir tek matematik modeli yoktur. Sistemler, farklı yöntemler kullanarak modellenebilirler (doğrusal modelleme, doğrusal olmayan modelleme, durum değişkenleri yöntemi kullanarak modelleme, yapay sinir ağları yardımıyla modelleme vs.)

Dinamik sistemler nasıl modellenir ?

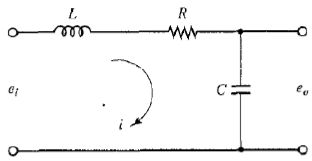
Sistemin cinsi ne olursa olsun (mekanik sistem, elektriksel sistem, termal sistem vs.) matematik modelleri, sistem dinamiğini veren diferansiyel denklemlerden oluşmaktadır.

Bir sistemin verilen girdiye karşı cevabı, bu matematiksel modelde belirtilen denklemlerin çözülmesi ile elde edilir.



$$\ddot{x}_1 = \frac{ml}{2(m_1+m)}(\dot{\varphi}^2 \sin\varphi - \ddot{\varphi}\cos\varphi) - \frac{(k_1+k_2)}{m_1+m}x_1 + \frac{F_0}{m_1+m}\sin\omega_0 t$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{-6}{7l}\ddot{x}_1\cos\varphi - \frac{6g}{7l}\sin\varphi$$



$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = e_i$$

$$\frac{1}{C}\int i\,dt = e_o$$

Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Fiziksel bir sistemin çözümleme süreci

Fiziksel sistemlerin dinamik karakteristiklerini inceleyebilmek için, bu sistemlere ait fiziksel olayın idealleştirilerek modellerinin kurulması gereklidir.

Fiziksel model; genellikle çok karmaşık olan fiziksel sistemin uygun kabullerle basit ve pek çok durumda idealize edilmiş elemanlardan oluşacak şekilde tasarlanmasıyla elde edilir.

Fiziksel modeli gerçek fiziksel elemanlarla da kurmak mümkündür.

Ama sadece matematiksel modele geçiş için görsel birer araç olduklarından genelde fiziksel modeli, fiziksel sistemi kağıt üstünde temsil eden şekiller olarak algılamak yanlış olmaz.

Dr. Hakan TERZİOĞLU

Örneğin;

Çarpışma esnasında bir aracın tamponunun nasıl davranacağını, bildiğimiz eleman davranışlarıyla modellemeye çalışalım.

Tamponu temsil eden fiziksel model birbirine seri veya paralel bağlanmış fiziksel elemanlardan oluşabilir.

Örneğin tamponun bir kütlesi vardır. Bunu, tamponun merkezinde aynı ağırlığa sahip ideal bir m kütlesine indirgeyebiliriz.

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Çarpışma sırasında tamponun gerilip şekil değiştirmesi suretiyle darbenin bir kısmı tamponda depolanabilir. Tampon sonra tekrar düzelerek depoladığı enerjiyi boşaltabilir. Bu davranışı bir yay elemanı ile temsil edebiliriz.

Tampon darbenin bir kısmını da sürtünmeyle ısıya dönüştürerek sönümler. Bu davranışı da bir sönümleme elemanı (amortisör) ile temsil edebiliriz.

Bu bizim, tamponu temsil etmek için davranışlarını bildiğimiz elemanlardan oluşturduğumuz fiziksel modeldir. Yoksa tampon veya tampon sisteminin gerçekte seri veya paralel bağlı bir kütle, bir yay ve bir sönümleme elemanından oluşması gerekmez.

Dr. Hakan TERZİOĞLU

Özetle;

Fiziksel model şekil, matematiksel model de onun denklemidir.

Bir sistem için uygun bir matematiksel model kurulduktan sonra, bilinen analitik çözümleme yöntemleri veya sayısal çözümleme (hesap makinesi veya bilgisayar) yöntemleriyle çözümü bulmak (dif. denklemleri çözmek) mümkündür.

Bütün fiziksel sistemler gerçekte doğrusal olmayan bir yapıya sahiptir.

Doğrusal olmayan sistemlere ait matematik çözümlerini özellikle analitik çözümleme yöntemlerinde elde etmek oldukça güçtür.

Genelde sistem elemanlarının belirli bir çalışma bölgesi içinde doğrusal oldukları kabul edilir ve çözümler buna göre yapılır.

Bu yaklaşımın gerçek duruma uyması nispetinde model mükemmel olur.

Böylece sistem için lineer elemanlardan oluşan bir lineer fiziksel model elde edildikten sonra Newton kanunu, Kirchoff kanunu, hidroliğin ve termodinamiğin temel kanunları gibi temel fiziksel kanunlar yardımıyla sistemin davranışını ifade eden doğrusal bir integro - diferansiyel denklem elde edilebilir.

Bu doğrusal denklemleri çözmek için;

1. Karmaşık düzlem (s düzlemi) analizi
2. Zaman (t) düzlemi analizi yöntemleri kullanılabilir.

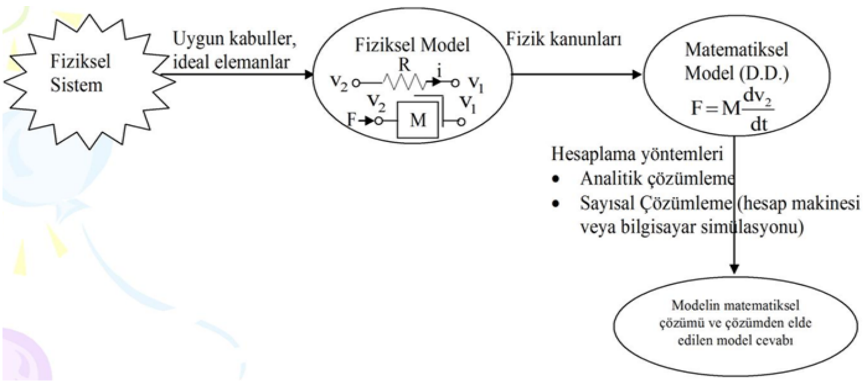
s düzlemi analizi için transfer fonksiyonları kullanılır.

t düzlemi analizinde ise durum denklemleri yöntemi kullanılır.

Lineer olmayan sistemler belirli bir örnekleme zamanı boyunca doğrusal kabul edilip, durum denklemleri yöntemiyle iteratif olarak çözülebilir.

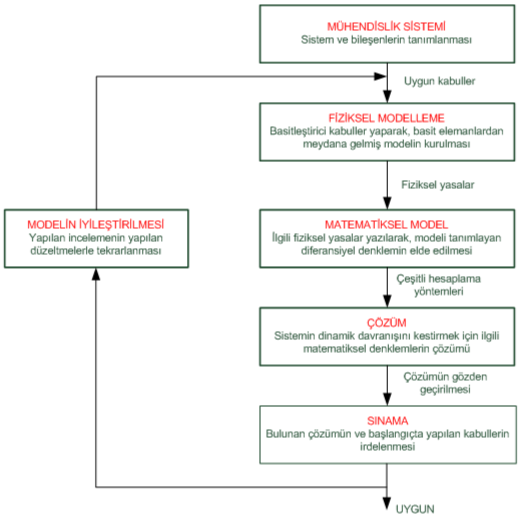
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009 | TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ | SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Sistemlerin Modellenmesi



Matematiksel modelleme kullanılarak bir sistemin çözümlenmesi bir sistemin çözümlenmesi

Sistemlerin Modellenmesi



BASİT SİSTEM ELEMANLARI

Elektrik, mekanik, hidrolik ve termodinamik vb fiziksel sistemler basit elemanlardan meydana gelirler. Basit elemanların davranışını sebep-sonuç (giriş-çıkış) bağıntıları şeklinde inceleyip bu bağıntıları matematiksel olarak ifade edebiliriz.

Basit elemanların seri veya paralel olarak bağlanması ile ortaya çıkan karmaşık sistemlerin matematiksel modelleri de kolayca elde edilebilmektedir.

Enerjiyi yutma ve depolama açısından benzer olan basit elemanlar 2 uçlu-tek hatlı elemanlar olarak bilinir.

Basit elemanların enerjiyi depolaması 2 şekilde olur:

1. İç değişkeni yoluyla (indüktif etkiyle) depolama
2. Uç değişkeni yoluyla (kapasitif etkiyle) depolama

Basit Elemanlarda İç Ve Uç Değişken Kavramları

Basit elektriksel elemanlar direnç, kondansatör ve bobin gibi iki uçlu elemanlardır.

Bir R direncinin 2-1 uçları arasına bir V_{21} potansiyel farkı uygulanırsa dirençten i akımı geçer.

İki uçlu elemanlarda değişkenlerden biri (örneğin V_{21}) davranışın sebebi, diğeri (örneğin i) sonucu olarak kabul edilebilir.

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Basit Elemanlarda İç Ve Uç Değişken Kavramları …

İki uçlu bir elemanda V_{21}'in ölçülebilmesi için bir voltmetrenin devreyi bozmadan 2 ve 1 uçlarına bağlanması yeterlidir. Voltmetre bu uçlar arasındaki farkı ölçer. Bu nedenle burada ölçülen V_{21} değişkeni uç değişkeni olarak adlandırılır.

i akımını ölçmek için devreyi kesip araya giren bir ampermetre kullanmak gerekir. Ölçülen akım değeri eleman içinde her noktada aynıdır. Bu bakımdan akıma iç değişken denir.

Basit Elemanlarda İç Ve Uç Değişken Kavramları …

Benzer şekilde, mekanik sistem elemanlarında uç değişken hız, iç değişken ise kuvvettir.

Mekanik bir elemanın hızı sabit bir referans sisteme (örneğin dünyaya) göre mekanik elemanın yapısını bozmadan ölçülebilir.

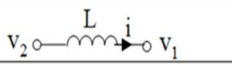
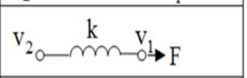
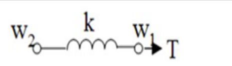
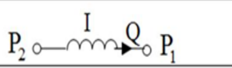
Örnek olarak takometreyi dönen milin ucuna bağlayarak bir referansa (örneğin sıfıra) göre açısal hızını kolayca ölçebiliriz.

İç değişken olan kuvvetin ölçülmesine gelince mekanik bağlantıyı bozup bir dinamometre yerleştirmek gerekir.

Fiziksel Sistemlerde İç Ve Uç Değişkenlerin Özeti

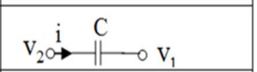
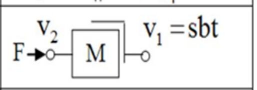
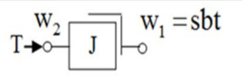
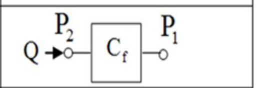
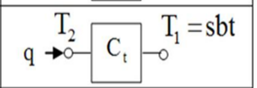
Sistem	İç değişken	İç değişkenin integrali	Uç değişken	Uç değişkenin integrali
Elektriksel	Akım, i	Yük, q	Potansiyel farkı, v_{21}	Akı geçişi, λ_{21}
Mekanik (ötelemeli)	Kuvvet, F	Doğrusal moment, P	Hız farkı, v_{21}	Yerdeğiştirme farkı, y_{21}
Mekanik (dönel)	Tork (Döndürme momenti), T	Açısal moment, h	Açısal hız farkı, ω_{21}	Açısal yerdeğiş. farkı, θ_{21}
Akışkan	Sıvının hacimsel akış hızı, Q	Hacim, V	Basınç Farkı, P_{21}	Basınç momenti, γ_{21}
Isıl	Isı akış hızı, q	Isı enerjisi, H	Sıcaklık farkı, T_{21}	

İdeal Elemanları Betimleyen Diferansiyel Denklemler…

Elemanın Türü	Fiziksel Eleman	Betimleyici Denklem	Enerji (E) veya Güç (P)	Sembolü
İndüktif Depolayıcılar	Elektrik indüktansı	$v_{21} = L\frac{di}{dt}$	$E=\frac{1}{2}Li^2$	
	Düzlemsel yay	$v_{21} = \frac{1}{k}\frac{dF}{dt}$	$E=\frac{1}{2}\frac{F^2}{k}$	
	Burulmalı yay	$w_{21} = \frac{1}{k}\frac{dT}{dt}$	$E=\frac{1}{2}\frac{T^2}{k}$	
	Akışkan eylemsizliği	$P_{21}= I\frac{dQ}{dt}$	$E=\frac{1}{2}IQ^2$	

Bu elemanların seri - paralel bağlanmasıyla bileşke davranışlar gösteren sistem modelleri elde edilebilir.

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Elemanın Türü	Fiziksel Eleman	Betimleyici Denklem	Enerji (E) veya Güç (P)	Sembolü
Kapasitif Depolayıcılar	Elektrik kapasitesi	$i = C\frac{dv_{21}}{dt}$	$E=\frac{1}{2}Cv_{21}^2$	
	Düzlemsel harekette kütle	$F = M\frac{dv_2}{dt}$	$E=\frac{1}{2}Mv_2^2$	
	Dönel harekette kütle	$T = J\frac{dw_2}{dt}$	$E=\frac{1}{2}Jw_2^2$	
	Akışkan kapasitesi	$Q = C_f\frac{dP_{21}}{dt}$	$E=\frac{1}{2}C_f P_{21}^2$	
	Isıl kapasite	$q = C_t\frac{dT_2}{dt}$	$E= C_t T_2$	

Elemanın Türü	Fiziksel Eleman	Betimleyici Denklem	Enerji (E) veya Güç (P)	Sembolü
Enerji tüketiciler	Elektriksel direnç	$i=\frac{1}{R}V_{21}$	$P=\frac{1}{R}V_{21}^2$	V_2 R i V_1
	Düzlemsel harekette sönümleyici	$F=b\,v_{21}$	$P=b\,v_{21}^2$	F V_2 V_1 b
	Dönel harekette sönümleyici	$T=b\,w_{21}$	$P=b\,w_{21}^2$	T W_2 W_1 b
	Akışkan direnci	$Q=\frac{1}{R_f}P_{21}$	$P=\frac{1}{R_f}P_{21}^2$	P_2 R_f Q P_1
	Isıl direnç	$q=\frac{1}{R_t}T_{21}$	$P=\frac{1}{R_t}T_{21}$	T_2 R_t q T_1

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Temel kavramlar)

Newton'un ikinci yasası :

"Bir cismin *momentumundaki değişim*, cisim üzerine uygulanan *itme ile orantılıdır* ve *itmenin uygulandığı düz doğru boyunca* meydana gelir."

Ötelenen sistemler için:

$$\mathbf{F}_{net} = \frac{d(m\cdot\mathbf{v})}{dt}$$

$$\mathbf{F}_{net} = m\cdot\frac{d(\mathbf{v})}{dt} = m\cdot\mathbf{a}$$

Dönen sistemler için:

$$\mathbf{T}_{net} = \frac{d(J\cdot\mathbf{w})}{dt}$$

$$\mathbf{T}_{net} = J\cdot\frac{d(\mathbf{w})}{dt} = J\cdot\alpha$$

"Bir cismin *ivmesi*, üzerine uygulanan *kuvvet ile doğru*, cismin *kütlesi ile ters orantılıdır.*"

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Temel kavramlar)

Mekanik sistemlerin hareketi *öteleme (translation)*, *dönme (rotation)* veya bunların birleşimi şeklinde sınıflandırılır ve modelleme buna uygun şekilde yapılır.

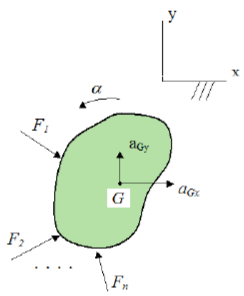
Hareketi ifade eden denklemler genellikle doğrudan veya dolaylı yollar ile Newton'un ikinci yasasından türerler.

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Temel kavramlar)

Öteleme Hareketi (Translational Motion):

Üç boyutlu uzayda rijit bir cismin x,y,z eksenlerinde doğrusal hareketi öteleme hareketi olarak tanımlanır. Öteleme hareketinde dikkate alınacak hareket değişkenleri *çizgisel yer değiştirme*, *çizgisel hız* ve *çizgisel ivmedir.*

$$\underbrace{\sum \vec{\mathbf{F}}}_{\text{Rijit cisme etki eden toplam kuvvet}} = \underbrace{m}_{\text{Rijit cismin kütlesi}} \cdot \underbrace{\vec{\mathbf{a}}}_{\text{Rijit cismin ivmesi}}$$



Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

1. **Kütle :**

   Bir cismin değişmeyen nicel bir özelliğidir ve maddenin doğrusal harekete karşı gösterdiği direnç miktarıdır. (Bknz. Newton kanunları)

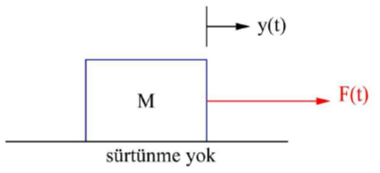
$$M = \frac{W}{g}$$

W : cismin ağırlığı

g : yer çekimi ivmesi (m/s^2)

$g = 32{,}174$ (ft/s^2)

$g = 9{,}8066$ (m/s^2)



$$F(t) = M \cdot a(t) = M \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = M \cdot \frac{dv}{dt}$$

Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

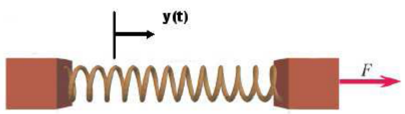
2. **Lineer Yay :**

   Potansiyel enerjiyi depolayan bir eleman olarak tanımlanır. Yaylar doğrusal olmayan bir karakteristikte sahip olsalar da dar bir çalışma alanında doğrusal kabul edilebilirler.

$$f(t) = K \cdot y(t)$$

yay sabiti

Birim	Yay Sabiti K
SI birim sistemi	N/m
İngiliz birim sistemi	lb/ft



Yaya $F_{ön}$ gibi bir kuvvet ile ön yükleme uygulanmış ise :

$$f(t) - F_{ön} = K \cdot y(t)$$

Dr. Hakan TERZİOĞLU

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

2. Sürtünme Etkisi:

İki fiziksel eleman arasında bir hareket olduğunda veya sistem hareket etme eğilimi gösterdiğinde sürtünme etkisi oluşur ve bu etki genelde doğrusal olmayan bir karakteristiktedir.

İki yüzey arasında sürtünme etkisinin oluşma nedenleri:

- Yüzeylerin yapısı
- Yüzeyler arası basınç oluşumu
- Yüzeyler arası bağıl hız vs.

Genelde sistemlerde üç çeşit sürtünme etkisi görülür:

- Vizkoz sürtünme
- Statik sürtünme
- Coulomb sürtünmesi

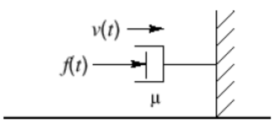
Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

- **Vizkoz Sürtünme:**

Uygulanan kuvvet ile hız arasındaki doğrusal ilişkidir. Sönüm elemanı bu etkiyi oluşturan en temel elemandır.

$$f(t) = B \cdot \frac{dy}{dt}$$

Vizkoz sönüm sabiti



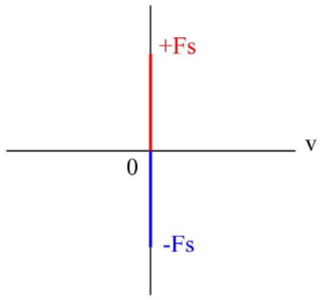
Birim	Vizkoz sönüm sabiti *B*
SI birim sistemi	$N.s/m$
İngiliz birim sistemi	$lb.s/ft$

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Öteleme Hareketi)

- **Statik Sürtünme:**

Temas halinde olan iki cisim birbirlerine göre durgun haldeyken, oluşacak bağlı harekete karşı koyan etki.

$$f(t) = \pm (F_s)\,|_{\dot{y}=0}$$



. Sürtünme etkisinin işareti, hareket yönüne veya başlangıç hız yönüne ters yöndedir.

Hareket başladığı anda statik sürtünme etkisi biter ve varsa diğer sürtünme etkileri devreye girer.

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Temel kavramlar)

Dönme Hareketi(Rotational Motion):

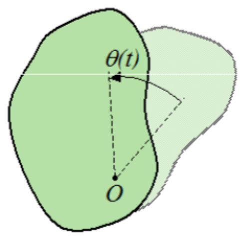
Üç boyutlu uzayda rijit bir cismin sabit x,y,z eksenleri etrafında yaptığı hareket olarak tanımlanır. Dönme hareketinde dikkate alınacak hareket değişkenleri *açısal yer değiştirme*, açısal *hız* ve *açısal ivmedir*.

$$\sum \vec{T} = I \cdot \vec{\alpha}$$

Rijit cisme etki eden toplam tork

Rijit cismin açısal ivmesi

Rijit cismin ataleti

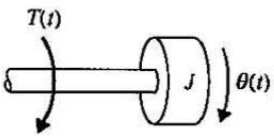


Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Dönme Hareketi)

1. **Atalet :**

Bir cismin değişmeyen nicel bir özelliğidir ve maddenin dönel harekete karşı gösterdiği direnç miktarıdır.

Cismin ataleti geometriye ve hangi eksene göre ataletin hesaplandığına göre farklılık gösterir.



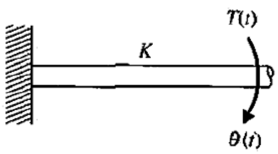
Birim	Atalet	*Tork*	Açısal yer değiştirme
SI	*kg.m²*	*N.m*	*rad*
İngiliz	*slug.ft²*	*lb.ft*	*rad*

$$T(t) = I \cdot \alpha(t) = J \cdot \frac{dw(t)}{dt} = I \cdot \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Mekanik Sistemlerin Modellenmesi: (Dönme Hareketi)

2. **Torsiyon yayı :**



Birim	Yay Sabiti *K*
SI birim sistemi	N/m
İngiliz birim sistemi	lb/ft

$$T(t) = K_\theta \cdot \theta(t)$$

TP ön yüklemesi uygulanırsa :

$$T(t) - TP = K_\theta \cdot \theta(t)$$

3. **Dönme Hareketinde Sürtünme :**

Vizkoz Sürtünme : $T(t) = B_\theta \cdot \dfrac{d\theta}{dt}$

Statik Sürtünme : $T(t) = \pm(T_s)|_{\theta=0}$

Coulomb Sürtünmesi : $T(t) = T_c \cdot \dfrac{d\theta(t)/dt}{|d\theta(t)/dt|}$

Elektriksel Büyüklükler

Elektrik Akımı: Bir iletkenin belirli bir kesitinden birim zamanda geçen elektrik yükü (elektron)miktarına elektrik akımı denir. Birimi Amper'dir.

$$I = \frac{dQ}{dt}\left[A = \frac{C}{s}\right]$$

Gerilim(elektriksel potansiyel farkı): Serbest elektronları hareket ettirerek devreden elektrik akımının akmasına sebep olan elektriksel potansiyeller arasındaki farktır. Bu fark gerilim/voltaj olarak adlandırılır ve birimi Volt'tur.

Elektriksel İş, bir devrede elektriksel potansiyeli farklı "V" iki nokta arasında belirli bir miktar "Q" yükünün taşınması için gerekli enerji miktarıdır. *Güç* ise birim zamanda işyapabilme yeteneğidir.

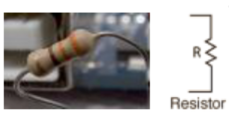
$$W = QV = [\text{Joule} = C \times V] \qquad P = \frac{dQ}{dt}V = IV\left[\text{Watt} = \frac{J}{s} = \frac{C}{s} \times V\right]$$

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Temel Elektriksel Elemanlar

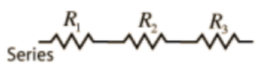
Elektriksel Direnç : Direnç bir maddenin üzerinden geçen elektrik akımına karşı gösterdiği karşı koyma etkisidir. Birimi Ohm'dur

$$R = \rho\frac{L}{A} = \left[\Omega m \frac{m}{m^2}\right]$$



Ohm Kanunu $R = \frac{V}{I} = \left[\Omega = \frac{V}{A}\right]$

Bir dirençte birim zmanda ortaya çıkan ısı enerjisi $W = I^2R[W]$



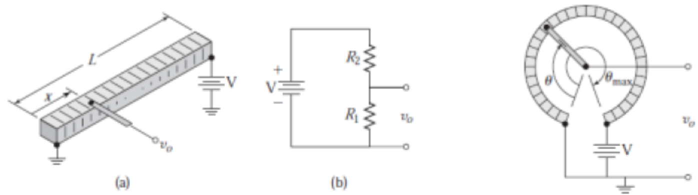
$$R_{equivalent} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$$

$$\frac{1}{R_{equivalent}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots$$

Dr. Hakan TERZİOĞLU

Temel Elektriksel Elemanlar

Potansiyometre :



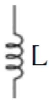
(a) (b)

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

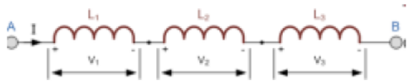
Temel Elektriksel Elemanlar

Bobin : Helis yay şeklinde sarılmış bir iletken bobin, kendi üzerinden geçen akımın değişimine bağlı olarak üzerinde gerilim düşen bir devre elemanıdır. Birimi Henry'dir.

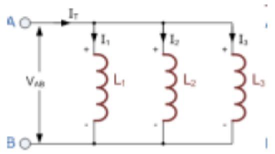
Lenz Kanunu $$V(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$



Bir bobinin enerjisi $$E = \frac{1}{2}.L.i^2 \ [Joule]$$



$$L_e = L_1 + L_2 + \ldots + L_n$$



$$\frac{1}{L_e} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots + \frac{1}{L_n}$$

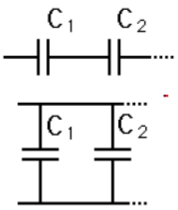
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009 | TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ | SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Temel Elektriksel Elemanlar

Kondansatör : Elektrik enerjisini depolayabilme özelliğine sahip devre elemanıdır. Elektrik enerjisini depolayabilmenin en yaygın yöntemi birbirine paralel iki metal plaka kullanmaktır. Kapasitans birimi Farad (F)dır.

$$V(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

Bir kondansatörde deponan enerji $E = \frac{1}{2}.C.v^2 \ [\text{Joule}]$



$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

$$C_e = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

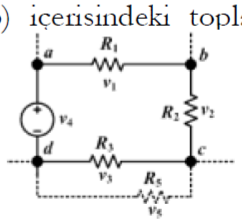
Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009 | TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ | SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Elektrik Devrelerinin Analizi

Kirchhoff Voltaj Kanunu (KVK):

Kapalı bir göz (çevre, loop) içerisindeki toplam gerilim düşümü sıfırdır.

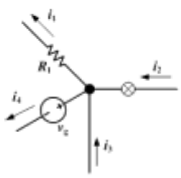


$$\sum V_k - V_h = 0$$

Kirchhoff Akım Kanunu (KAK)

Bir düğüme giren akımların toplamı, çıkan akımların toplamına eşittir. Ya da bir düğüme giren ve çıkan akımların toplamı sıfırdır şeklinde ifade edilir

$$\sum i_g = \sum i_ç$$

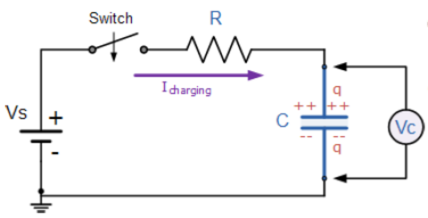


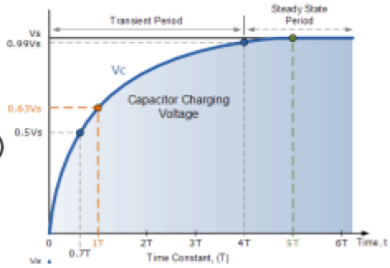
Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009 | TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ | MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ | SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Elektriksel Sistemler

Uygulama: Direnç Kondansatör (RC) *Devresi:*





Diferansiyel Denklem $V_i(t) = Ri(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt$

Transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs+1}$

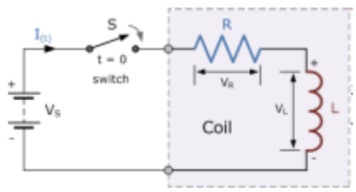
$$\boxed{V_o(t) = V_i(1 - e^{-t/RC})}$$

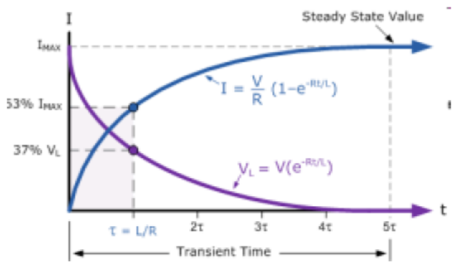
Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009 | TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ | MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ | SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Elektriksel Sistemler

Uygulama Direnç Bobin (RL) *Devresi:*





Diferansiyel Denklem $V_i(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}$

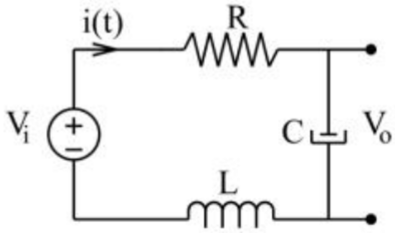
Transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{i(s)}{V(s)} = \frac{1}{Ls+R}$

$$\boxed{i(t) = \frac{V_i}{R}(1 - e^{-tR/L})}$$

Dr. Hakan TERZİOĞLU

Elektriksel Sistemler

Uygulama Direnç Bobin Kondansatör (RLC) *Devresi:*



$$V_i(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

$$V_0(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

Diferansiyel Denklem $$V_i(t) = LC\frac{d^2V_o(t)}{dt^2} + RC\frac{dV_o(t)}{dt} + V_o(t)$$

Transfer fonksiyonu $$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

ELEMAN TÜRÜ	Fiziksel Eleman	Elemanın Modeli	Temel Denklemi	Transfer Fonksiyonu	Denk İmpedans	Elemanın Sabitinin Tanımı Ve Birimi
Enerjiyi yutan veya dağıtan elemanlar ***İDEAL DİRENÇ ELEMANLARI***	Elektriksel direnç	$e_1(t)$ R $e_2(t)$ i(t)	e(t)=Ri(t)	$\frac{E(s)}{I(s)} = R$	R	$R = \frac{\Delta e}{\Delta i}[\text{Volt}/A]$
	Öteleme sönümleyici (mekaniksel direnç)		$f(t) = Bv(t)$ $f(t) = B\frac{dx}{dt}$	$\frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{B}$ $\frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{Bs}$	$\frac{1}{B}$ $\frac{1}{Bs}$	$B = \frac{F}{V}[N/(m/s)]$
	Dönme sönümleyici		$M(t) = B\omega(t)$ $M(t) = B\frac{d\theta}{dt}$	$\frac{\omega(s)}{M(s)} = \frac{1}{B}$ $\frac{\theta(s)}{M(s)} = \frac{1}{Bs}$	$\frac{1}{B}$ $\frac{1}{Bs}$	$B = \frac{\Delta M}{\Delta \omega}\left[\frac{Nm}{(rad/s)}\right]$
	Akışkan direnci	$p_1(t)$ R_a $p_2(t)$ q(t)	$p(t) = R_a q(t)$ $h(t) = R_a q(t)$	$\frac{P(s)}{Q(s)} = R_a$ $\frac{H(s)}{Q(s)} = R_a$	R_a	$R_a = \frac{\Delta h}{\Delta Q}\left[\frac{m}{(m^3/s)}\right]$ $R_a = \frac{\Delta P}{\Delta Q}\left[\frac{(N/m^2)}{(m^3/s)}\right]$
	Isıl direnç	$\theta_1(t)$ R_i $\theta_2(t)$ q(t)	$\theta(t) = R_i q(t)$	$\frac{\theta(s)}{Q(s)} = R_i$	R_i	$R_i = \frac{\Delta q}{\Delta q}\left[\frac{\ddot{e}C}{(J/s)}\right]$

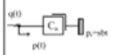
Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Enerjiyi kapasitif etki ile depolayan elemanlar	Kütle (Mekaniksel kapasite)		$f(t)=ma=m\frac{d^2x}{dt^2}$ $f(t)=m\frac{dv}{dt}$	$\frac{V(s)}{F(s)}=\frac{1}{Ms}$ $\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{1}{Ms^2}$	$\frac{1}{ms}$ $\frac{1}{ms^2}$	$F=\frac{a}{m}\left[\frac{(m/s^2)}{kg}=N\right]$
İDEAL KAPASİTE ELEMANLARI	Eylemsizlik momenti		$M(t)=J\alpha=J\frac{d^2t}{dt^2}$ $M(t)=J\frac{d\omega}{dt}$	$\frac{\omega(s)}{M(s)}=\frac{1}{Js}$ $\frac{\theta(s)}{M(s)}=\frac{1}{Js^2}$	$\frac{1}{Js}$ $\frac{1}{Js^2}$	$M=\frac{\alpha}{J}\left[\frac{(rad/s^2)}{kgm^2}=Nm\right]$
	Akışkan kapasitesi		$q(t)=C_a\frac{dp}{dt}$ $q(t)=C_a\frac{dh}{dt}$	$\frac{P(s)}{Q(s)}=\frac{1}{C_a s}$ $\frac{H(s)}{Q(s)}=\frac{1}{C_a s}$	$\frac{1}{C_a s}$	$C_a=\frac{Qdt}{\Delta p}\left[\frac{m^3}{(N/m^2)}\right]$
	Isıl kapasite		$q(t)=C_i\frac{d\theta}{dt}$	$\frac{\theta(s)}{Q(s)}=\frac{1}{C_i s}$	$\frac{1}{C_i s}$	$C_i=\frac{qdt}{\Delta\theta}\left[\frac{J}{\ddot{e}C}\right]$

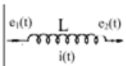
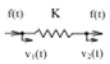
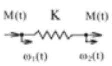
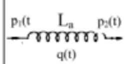
Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ

SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

	Elektriksel indüktans		$e(t)=L\frac{di}{dt}$	$\frac{E(s)}{I(s)}=Ls$	Ls	$L=\frac{\Delta e}{di/dt}[Henry]$
Enerjiyi endüktif etki ile depolayan elemanlar	Öteleme yayı		$f(t)=Kx(t)$ *veya* $v(t)=\frac{1}{K}\frac{df}{dt}$	$\frac{V(s)}{F(s)}=\frac{1}{K}s$ $\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{1}{K}$	$\frac{1}{k}s$ $\frac{1}{k}$	$k=\frac{\Delta F}{\Delta X}[N/m]$
İDEAL İNDÜKTANS ELEMANLARI	Burulma yayı		$M(t)=Kx(t)$ *veya* $\omega(t)=\frac{1}{K}\frac{dM}{dt}$	$\frac{\omega(s)}{M(s)}=\frac{1}{k}s$ $\frac{\theta(s)}{M(s)}=\frac{1}{k}$	$\frac{1}{k}s$ $\frac{1}{k}$	$k=\frac{\Delta M}{\Delta\theta}\left[\frac{Nm}{rad}\right]$
	Akışkan indüktans (Akışkan eylemsizliği)		$p(t)=L_a\frac{dq}{dt}$	$\frac{P(s)}{Q(s)}=L_a s$	$L_a s$	$L_a=\frac{pdt}{Q}\left[\frac{(N/m^2)s}{(m^3/s)}\right]$

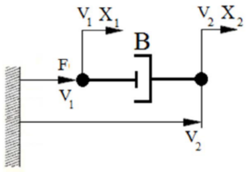
Dr. Hakan TERZİOĞLU

Mekanik Elemanların Matematiksel Modeli

Basit mekanik elemanlar, öteleme hareketinde; damper (sönümleyici), sürtünme, kütle ve yaydır. Dönme hareketinde ise dönel sönümleyici, eylemsizlik momenti ve yaydır.

1) İdeal Sönümleme Elemanı :

a) Öteleme Sönümleyici :

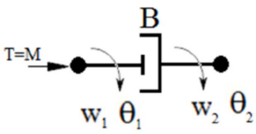


$$F(t) = B.\frac{dX(t)}{dt} = B.V_{21}(t) \rightarrow F(s) = B.V(s)$$

$$F(s) \rightarrow \boxed{\frac{1}{B}} \rightarrow V(s)$$

B : Sönümleme katsayısı (N.s/m)
F : Kuvvet (N)
V : Hız (m/s)

b) Dönel Sönümleyici :



$$M(t) = B\frac{d\theta(t)}{dt} = B.w_{21}(t) \rightarrow M(s) = B.w(s)$$

$$M(s) \rightarrow \boxed{\frac{1}{B}} \rightarrow w(s)$$

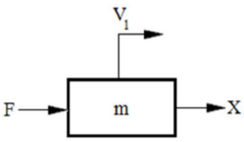
B : Sönümleme katsayısı (N.s/m)
T, M : Moment (N)
w : Açısal Hız (rad/s)

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Mekanik Elemanların Matematiksel Modeli

2) İdeal Kütle ve Eylemsizlik :

a) Öteleme Kütlesi :

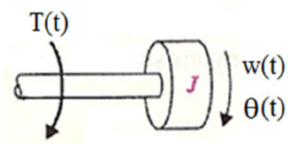


$$F(t) = m.a(t) = m\frac{dv(t)}{dt} = m\frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

$$F(s) = m.s.V(s)$$

$$F(s) \rightarrow \boxed{\frac{1}{m.s}} \rightarrow V(s)$$

b) Döner Kütle :



$$J = \frac{1}{2}m.r^2$$

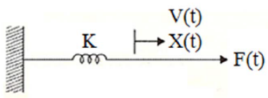
$$T(t) = j.\propto(t) = j\frac{dw(t)}{dt} = j\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

$$T(s) = j.s.w(s)$$

$$T(s) \rightarrow \boxed{\frac{1}{j.s}} \rightarrow w(s)$$

Mekanik Elemanların Matematiksel Modeli

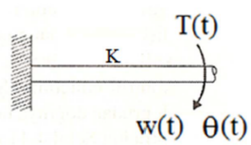
3- a) Ötelemeli Yay :



$$F(t) = K.X(t) \rightarrow F(s) = K.X(s) \qquad F(s) \rightarrow \boxed{K} \rightarrow X(s)$$

$$\frac{dF(t)}{dt} = K.V(t) \rightarrow s.F(s) = K.V(s) \qquad F(s) \rightarrow \boxed{\frac{s}{K}} \rightarrow V(s)$$

3- b) Burulma Yayı :



$$T(t) = K.\theta(t) \rightarrow T(s) = K.\theta(s) \qquad T(s) \rightarrow \boxed{K} \rightarrow \theta(s)$$

$$\frac{dT(t)}{dt} = K.w(t) \rightarrow s.T(s) = K.w(s) \qquad T(s) \rightarrow \boxed{\frac{s}{K}} \rightarrow w(s)$$

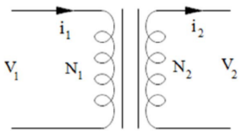
Dr. Hakan TERZİOĞLU

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Enerji Depolamayan veya Harcamayan İdeal Sistem Elemanları

1) Transformatörler :

$$P_1 = P_2 = V_1.I_1 = V_2.I_2 \rightarrow İdeal - kayıpsız\ (Omik\ Yük)$$



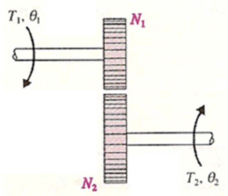
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} = ü$$

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{ü}$$

N : Sarım sayısı
ü : Dönüştürme oranı
ü>1 : Gerilim Düşürücü
ü<1 : Gerilim Yükseltici

$$V_1(s) \rightarrow \boxed{\frac{1}{ü}} \rightarrow V_2(s)$$

2) Dişli Kutusu (Redüktör) :



$$P_1 = P_2 = w_1.T_1 = w_2.T_2 \rightarrow İdeal - kayıpsız$$

$$\frac{w_2(t)}{w_1(t)} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{ü}$$

$$\frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \frac{w_1(s)}{w_2(s)} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{r_2}{r_1} = ü$$

N : Diş sayısı
ü : Dönüştürme oranı
ü>1 : Hız Düşürücü
ü<1 : Hız Yükseltici

$$w_1(s) \rightarrow \boxed{\frac{1}{ü}} \rightarrow w_2(s) \qquad T_1(s) \rightarrow \boxed{ü} \rightarrow T_2(s)$$

Dr. Hakan TERZİOĞLU

MODELLEME ÖRNEKLERİ…

TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ KONYA - 2009
TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ KONYA - 1975

Bu günlük bu kadar…

Teşekkürler

Dr. Hakan TERZİOĞLU