

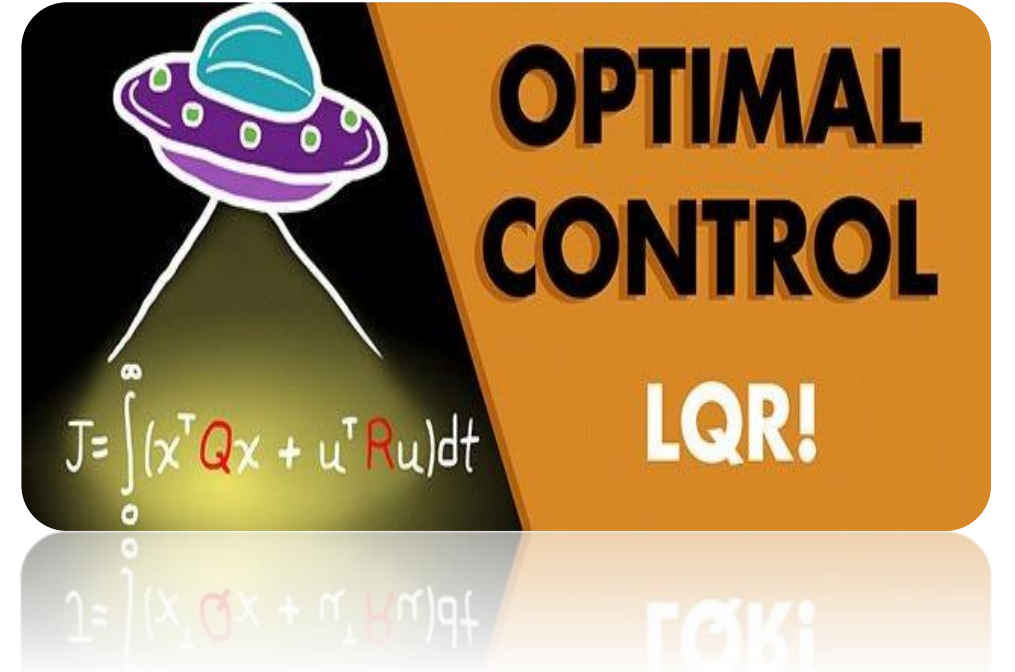
LQR (LINEAR QUADRATIC REGULATOR)

OTOMATİK KONTROL DERSİ

Dr. Öğr. Üyesi Osman ACAR

Sunum : Ahmet Yasin SATILMIŞ

- LQR kontrol tekniği çeşitli alanlarda sıklıkla tercih edilen bir kontrol algoritmasıdır. Lineer sistemler için durum-uzay tabanlı tasarlanan bir kontrolcüdür. Herhangi bir sistemin lineer modelinin karesel formda yazıldığında sistemin durumları ile kontrol girişi arasındaki ilişkinin optimize edilmesidir.



LQR Kontrolün Tarihsel Gelişimi

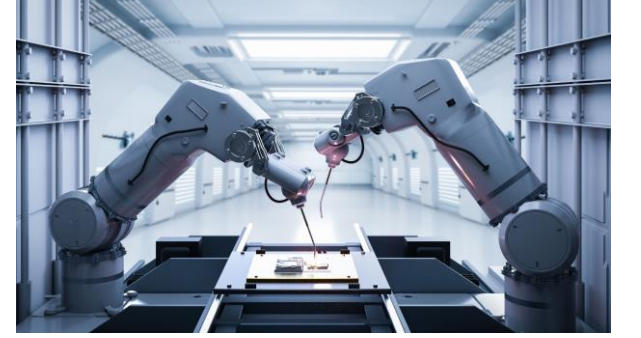
- JOHANN BERNOULLİ ilk olarak 1696'da BRACHİSTOCHRONE problemi ile bağlantılı olarak OPTİMALİTE prensibinden bahsetti. Bu problem NEWTON tarafından çözüldü ve optimumluk araştırmasının doğal sistemlerde temel bir hareket özelliği olduğu açıkça ortaya çıktı.
- EULER'in 1744'deki çalışması ve HAMILTON'un bir sistemin kinetik ve potansiyel enerjiler arasındaki farkının zamanda integralini minimize edecek şekilde hareket ettiği sonucu gibi çeşitli optimallik ilkeleri araştırıldı.
- 1958'de PONTRYAGİN, EULER (1707-1783) tarafından geliştirilen varyasyon hesabına dayanan optimal kontrol problemlerini çözen "MAXİMUM PRİNCİPLE" ilkesini geliştirmişti.

- 1960'da KALMAN ve arkadaşları tarafından üç büyük makale yayınlandı ve bunlardan birinde, doğrusal olmayan sistemlerin zaman-fazında kontrolü için LYAPUNOV'un çarpıcı çalışmalarını duyurdular. Daha sonra LQR için tasarım denklemlerini sağlayarak sistemlerin optimal kontrolünü tartıştı. Üçüncü bildiri optimal filtreleme ve tahmin teorisini tartışmış ve ayrık kalman filtresi için tasarım denklemleri sağlanmıştır.
- 1960'lı yıllardan bu yana, LQR kontrol yöntemi yaygınlaşarak kullanılmaya başlandı. Özellikle son yıllarda sistemlerin matematiksel modelleme yöntemlerinin artmasıyla birlikte LQR kontrol yöntemi günümüzde üretim, otomotiv, endüstri gibi pek çok alanda aktif olarak kullanılmaktadır.

- LQR kontrolörün dezavantajı, sistem kontrolü için en uygun Q ve R' yi verecek kesin bir yöntem bulunmamasıdır. Kullanılan yöntemler ise araştırmacı için doğru başlangıç noktasını belirlemeye yardımcı olmaktadır. Araştırmacı, başlangıç noktasından başlayarak en uygun $Q - R'$ yi sistem modeli üzerinde testler gerçekleştirerek bulmaya çalışır. Tasarım kriterlerine en uygun kontrolörün elde edilebilmesi için ağırlık matrislerinde ayarlama yapar. Başlangıç noktasının doğru olması çözümü hızlı bir şekilde bulabilmek açısından araştırmacıya oldukça avantaj sağlamaktadır.

Kullanım Alanları

- Endüstri
- Üretim
- Otomotiv
- Robotik
- Uzay-havacılık sistemleri
- Deniz sistemleri
- Esnek sistemler
- Mobil sistemler



LQR Kullanılan Bazı Örnek Sistemler

- Bir tepe vincin minimum salınım açısı ile konum kontrolü
- Bir esnek robot kol sisteminin hareket kontrolü
- İnsansız hava araçları kontrolü
- LQR algoritması ile kuadroptör kontrolü
- Bir otomobil için aktif süspansiyon sistemi tasarlanmıştır
- Kamera sistemlerinde kullanılmak üzere tek eksenli kafa stabilizasyon platformu modeli oluşturulmuştur.



Doğrusal Kuadratik Regülatör (LQR) Kontrolör Tasarımı

LQR kontrol performansını etkileyen en önemli parametreler Q ve R ile sembolize edilen ağırlık matrislerine ait değerlerinin belirlenmesidir. Sistem modelinin doğrusal zamanla değişmeyen durum-uzay temsili ile kuadratik maliyet fonksiyonu, sırasıyla eş. 1 ve eş. 2'de sunulmaktadır.

- $\dot{X}=Ax+Bu$
- $Y=Cx$ (1)

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (e^T Q e + u^T R u) dt \quad (2)$$

Yukarıdaki eşitlikte belirtilen x ve u değerleri sırası ile durum vektörü ve kontrol sinyalini, A, B ve C ise sırası ile durum, girdi ve çıktı matrislerini temsil etmektedir. Eşitliklerde belirtilen üst simge T, matrisin trans pozunu ifade etmektedir. $U=k(\text{referans}-x)$ sistemi stabilize eden ve J performans indeksini en aza indirmeyi amaçlayan durum geri besleme kontrol sinyalidir

K kontrolcü kazancı ise Eş. 3'de gösterildiği şekilde ifade edilmektedir:

$$\bullet K = R^{-1}B^T P \quad (3)$$

Eş. 3'de belirtilen P, Ricatti eşitliğinin çözümünden elde edilen simetrik matrisi ifade etmektedir.

$$\bullet PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (4)$$

Q ve R diyagonal matrisleri, performans indeksini azaltmak için LQR denetleyici tasarımında sistem girişini hesaplamakta kullanılmaktadır. Eş. 5 de belirtilen Q, ağırlık matrisi ve R, sistem matrisini ifade etmektedir.

$$\bullet Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_n \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_m \end{bmatrix} \quad (5)$$

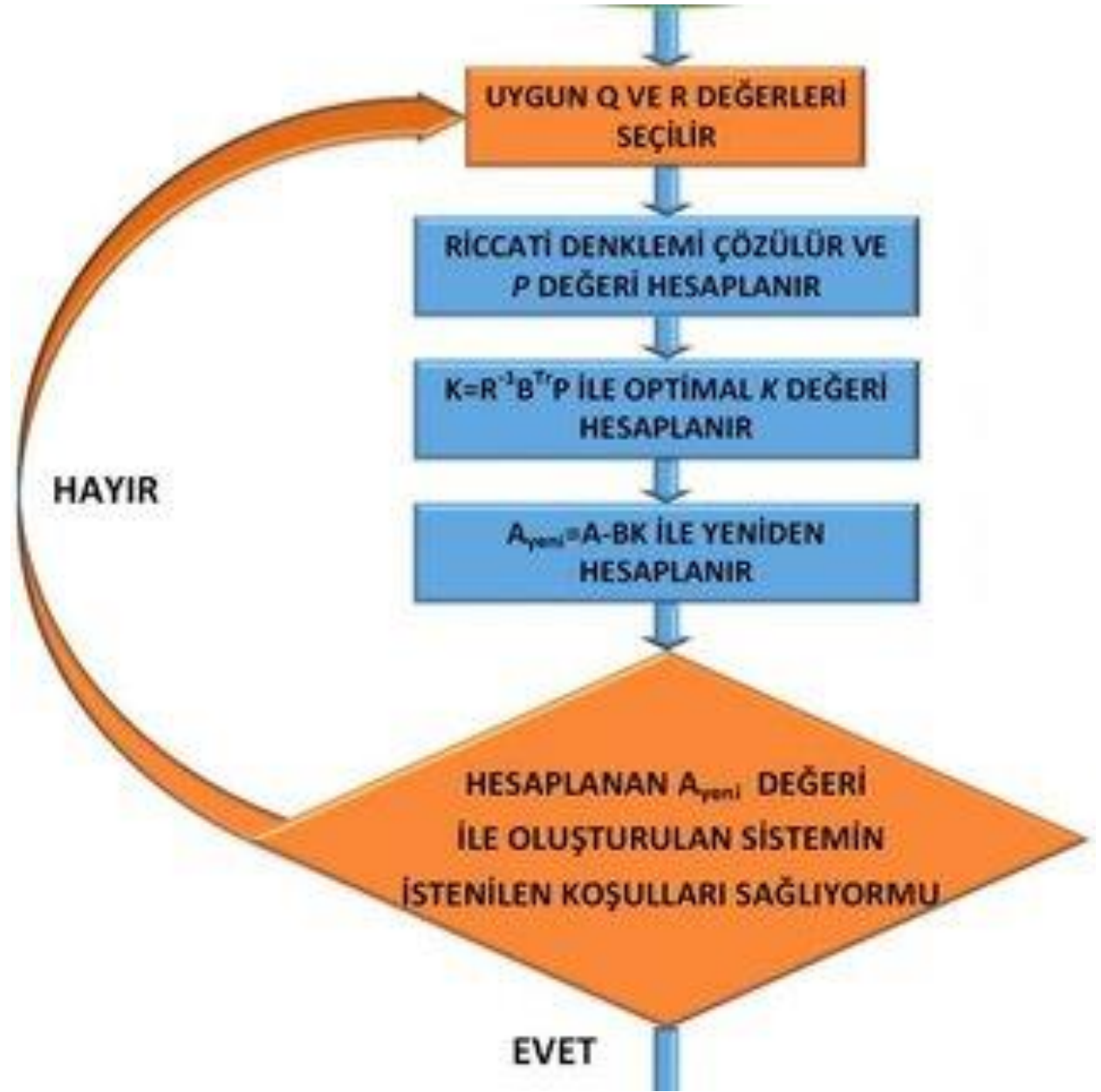
- İstenilen kontrol kriterlerinin sağlanması için Q ve R matrislerine ait değerlerin ayarlanması gerekmektedir. Geleneksel olarak Q ve R kontrol parametrelerinin belirlenmesinde kullanılan yöntem, deneme/yanılma yaklaşımıdır. Deneme/yanılma yönteminin başarısı tasarımcının deneyimine bağlı olmakla birlikte bu yaklaşım en iyi çözümü elde etmek için garanti vermediği gibi genellikle uzun süreler gerekmektedir.

LQR Kontrolcü Tasarımı İçin Önerilen Başlıca Sezgisel Algoritmalar

LQR denetleyici tasarımı ile kontrol parametrelerinin optimizasyonunda sezgisel algoritmaların kullanımı LQR denetleyicinin ağırlık matrislerini optimize etmek ve kontrolcü cevabını iyileştirmek için kullanılmaktadır.

- Memetik algoritması
- Çok amaçlı diferansiyel gelişim algoritması
- Genetik algoritma
- Kuantum parçacık sürü optimizasyonu algoritması
- Yapay arı koloni algoritması

Doğrusal Kuadratik Regülatör Uygulamasının Akış Şeması



KAYNAKÇA

1. Özdemir, M.T, Karaca, M.M., & Karaşahin, A.T. (2020). Ters Sarkaç Sistemi İçin LQR Kontrolcü Tasarımında Genetik Algoritma Optimizasyonu. Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi, (Özel Sayı), 163-171. (167)
2. M. ICEN Et Al. , "Optimization of LQR Weight Matrix to Control Three Degree of Freedom Quadcopter," 2017 International Artificial Intelligence and Data Processing Symposium (IDAP) , Malatya, Turkey, 2017 (17-19)
3. Konya Mühendislik Bilimleri Dergisi., c.8, s.1, 175-191, 2020 (181)
4. Fırat Üniv. Mühendislik Bilimleri DergisiFırat Univ. Journal of Engineering27(2), 1-9, 2015 (7)
5. Konya Mühendislik Bilimleri Dergisi, c. 9, s. 3, 735-752, 2021 (738-739)
6. Şen, M. A., Bilgiç, H. H., Kalyoncu, M. 2016. "Çift Ters Sarkaç Sisteminin Denge ve Konum Kontrolü için Arı Algoritması ile LQR Kontrolcü Parametrelerinin Tayini," Mühendis ve Makina, cilt 57, sayı 679, s. 53-62. (56)